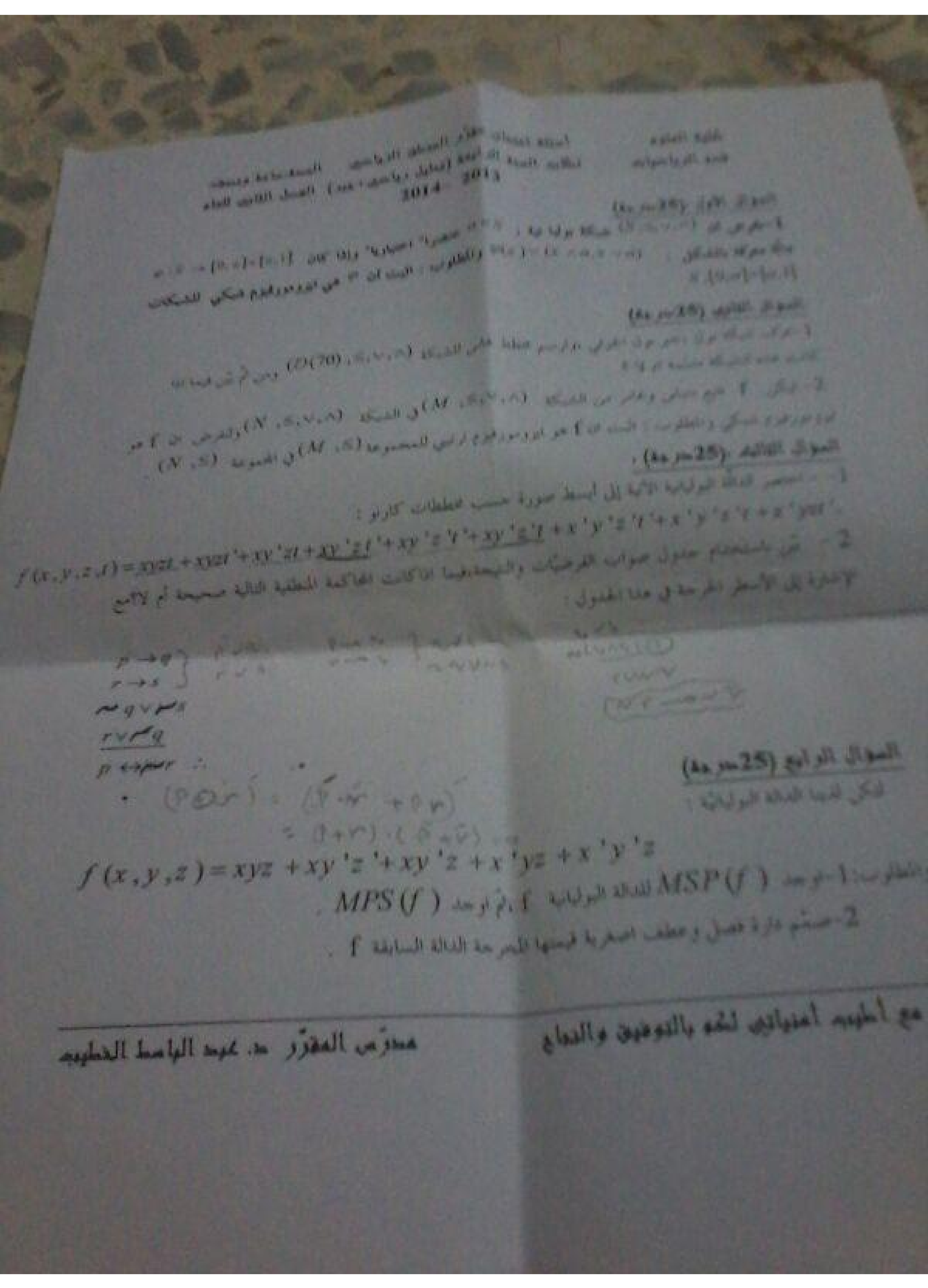


كلية العلوم
قسم الرياضيات

أسئلة امتحان مقرر المنطق الرياضي
لطلاب السنة الثانية (تحليل رياضي + جبر) المدة ساعة ونصف
الفصل الثاني للعام 2013 - 2014

السؤال الأول: (25 درجة)

[illegible]

السؤال الثاني: (25 درجة)

[illegible] $(D(70), \le, \vee, \wedge)$ [illegible]

2- [illegible] $(M, \le, \vee, \wedge)$ [illegible] $(N, \le, \vee, \wedge)$ [illegible] $(M, \le)$ [illegible] $(N, \le)$

السؤال الثالث: (25 درجة)

1- اختصر الدالة البولانية الآتية إلى أبسط صورة حسب مخططات كارنو:

$f(x,y,z,t) = xyzt + xyzt' + xy'zt + xy'z't' + xy'zt' + xy'z't + x'y'z't' + x'y'z't + x'yzt'$

2- بين باستخدام جدول صواب الفرضيات والنتيجة فيما إذا كانت الحاكمة المنطقية التالية صحيحة أم لا مع الإشارة إلى الأسطر الحرجة في هذا الجدول:

$p \to q$
$r \to s$
$\sim q \vee \sim s$
$\overline{r \vee \sim q}$
$p \leftrightarrow \sim r$

السؤال الرابع: (25 درجة)

ليكن لدينا الدالة البولانية:

$$f(x,y,z) = xyz + xy'z' + xy'z + x'yz + x'y'z$$

المطلوب: 1- أوجد $MSP(f)$ للدالة البولانية f ثم أوجد $MPS(f)$.

2- صمم دارة فصل ووصل أصغرية قيمتها المجردة الدالة السابقة f.

مع أطيب أمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

مدرس المقرر د. عبد الباسط الخطيب

كلية العلوم (11) سلم تصحيح مقرر ...

قسم الرياضيات — الطلاب السنة الرابعة (رياضيات + ...)

الفصل الدراسي الأول لعام ٢٠١٣ - ٢٠١٤

ج 1 (25 درجة): 1- عرف شبيكة بول (2) — جبر بول ... (3)

ارسم مخطط هاس الشكل D(42) ثم:

42, 14, 21, 6, 7, 2, 3, 1 (5)

(2) $D(42)=\{1,2,3,6,7,14,21,42\}$ [16]

وهذه الشكل هو شبيكة متممة لأن كل عنصر له متمم

ويوجد وحيد هو: $m' = \frac{42}{m}$ (4)

$1' = \frac{42}{1} = 42,\ 42' = 1,\ 2' = 21,\ 6' = 7,\ 7' = 6$

$21' = 2,\ 14' = 3,\ 3' = 14$

وبالتالي فإن الشكل متمم وهو شبيكة متممة

2- لدينا: $p_1 = (a'+b)c + b' = a'c + bc + b' = c + b'$ [9]

$p_2 = (a'+b'+c)(a+b'+c) = a'b' + a'a + a'c + b'a + b' + b'c +$

$+ ca + cb' + c = b' + c + b'c = b' + c$

وبمقارنة الطرف الأول والطرف الثاني نجد المساواة.

ج2 (25 درجة): 1- [13] لتكن x, y, z عناصر من الشبيكة

$a = x\vee(y\wedge z),\ b=(x\vee y)\wedge z$ ونفرض $x \le z$ ولنفرض أن $(\wedge, \vee, \le)$

نلاحظ أن ... $a \le b$ ...

4

$a = x\vee(y\wedge z) \le (x\vee y)\wedge(x\vee z) = (x\vee y)\wedge z = b$

كذلك:

$a\wedge y = [x\vee(y\wedge z)]\wedge y \ge [x\vee(y\wedge z)]\wedge(y\wedge z) = y\wedge z$

(حسب خاصة الامتصاص)

4 $b\wedge y = [(x\vee y)\wedge z]\wedge y = y\wedge z$

وبالتالي: $a\wedge y \ge b\wedge y$

$a \le b \Rightarrow$ وبما أن: $a\wedge y \le b\wedge y$

$\Rightarrow a\wedge y = b\wedge y$ — (1)

وكذلك ...

$a \vee y = [x \vee (y \wedge z)] \vee y = x \vee y$

$b \vee y = [(x \vee y) \wedge z] \vee y \leq [(x \vee y) \wedge z] \vee (x \vee y) = x \vee y$

(5) $a \vee y \geq b \vee y$ وبالتالي : ______

$a \leq b \Rightarrow a \vee y \leq b \vee y$ ومنه : ______

$\Rightarrow a \vee y = b \vee y \quad ---(2)$

ومن (1) و (2) وحسب الفرض نجد أن $a = b$ والمبرهنة محققة.

12 2 _ لتكن ______ f تشاكل ايزومورفيزم ترتيبي من المجموعة المرتبة $(M, \leq)$ على المجموعة $(N, \leq)$

______ وبما أن $x \leq x \vee y$ و $y \leq x \vee y$ فيكون

(4) $f(x) \leq f(x \vee y)$, $f(y) \leq f(x \vee y)$

وبالتالي : ______

$f(x) \vee f(y) \leq f(x \vee y)$

(4) $f(x) \leq f(x) \vee f(y)$, $f(y) \leq f(x) \vee f(y)$: ______ ومن

$x \leq f^{-1}[f(x) \vee f(y)]$, $y \leq f^{-1}[f(x) \vee f(y)]$ ______ فيكون

وبالتالي : ______

(4) $x \vee y \leq f^{-1}[f(x) \vee f(y)]$

ومنه $f(x \vee y) \leq f(x) \vee f(y) \Rightarrow f(x) \vee f(y) = f(x \vee y)$

وبطريقة مماثلة نجد أن : ______

$f(x) \wedge f(y) = f(x \wedge y)$

وهذا يبين أن ______ f ايزومورفيزم

س (20 درجة) : **10** 1) لدينا الدالة البولينية :

$f(x,y,z,t) = xyzt' + xy'zt' + xy'z't' + x'y'zt + x'y'zt' + x'y'z't' + x'yz't' + x'yz't$

نلاحظ أن f من شكل مجموع جداءات تام ... ويمكن ... مخطط كارنو ... المستطيلات المطوقة ونجد :

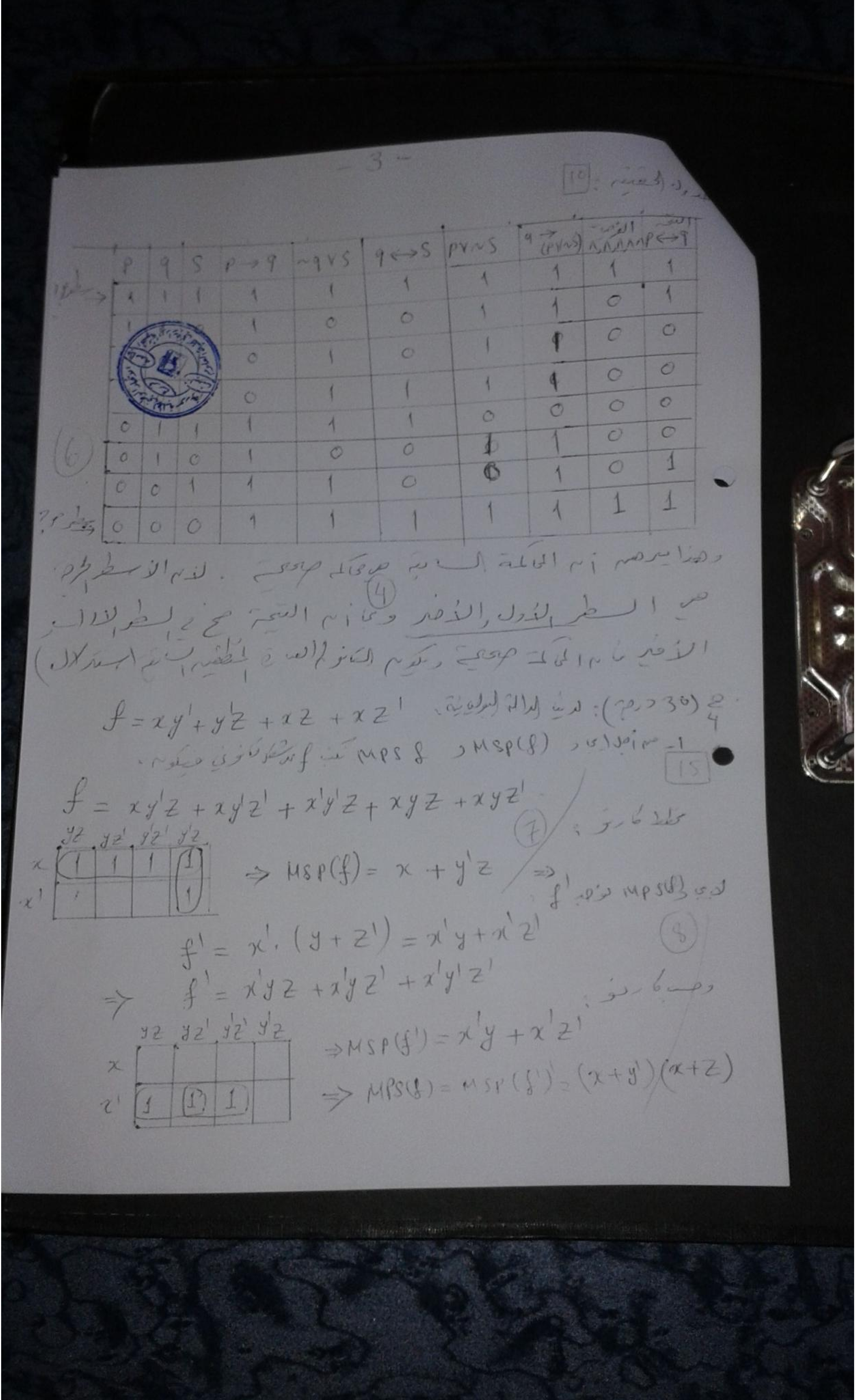
(5)

	zt	zt'	$z't'$	$z't$
xy		1		
xy'		1	1	
$x'y'$	1	1	1	
$x'y$			1	1

(5) $f = xzt' + y'z't' + x'y'z + x'yz'$

2 _ لدينا الاستدلال التالي ، والمطلوب برهان صحته باستخدام القواعد الاستنتاجية :

$(p \to q) \wedge (\sim q \vee s) \wedge (q \leftrightarrow s) \wedge (q \to (p \vee \sim s)) \Rightarrow p \leftrightarrow q$



جدول الحقيقة: 10

p	q	s	p→q	~q∨s	q↔s	p∨~s	q→(p∨~s)	الفرض ∧∧∧∧∧	النتيجة p↔q
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	[illegible]	[illegible]	1	0	0	1	1	0	1
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0	1	0	1	1	0	0
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1

(6)

وهذا يبرهن أن المحاكمة السابقة محاكمة صحيحة. لأن الأسطر الحرجة هي السطر الأول والأخير وبما أن النتيجة صح في السطر الأول والأخير فإن المحاكمة صحيحة (ويكون الشكل العام للقضية ... الاستدلال)

(4)

ج4 (30 درجة): لدينا الدالة البولانية:

$$f = xy' + y'z + xz + xz'$$

1- من أجل الـ MSP(f) و MPS f نمثل f بمخطط كارنو فيكون.

15

$$f = xy'z + xy'z' + x'y'z + xyz + xyz'$$

مخطط كارنو:

	yz	yz'	y'z'	y'z
x	1	1	1	1
x'				1

$$\Rightarrow MSP(f) = x + y'z$$

(7)

لدينا لإيجاد MPS(f) نوجد f'

$$f' = x' \cdot (y + z') = x'y + x'z'$$

$$\Rightarrow f' = x'yz + x'yz' + x'y'z'$$

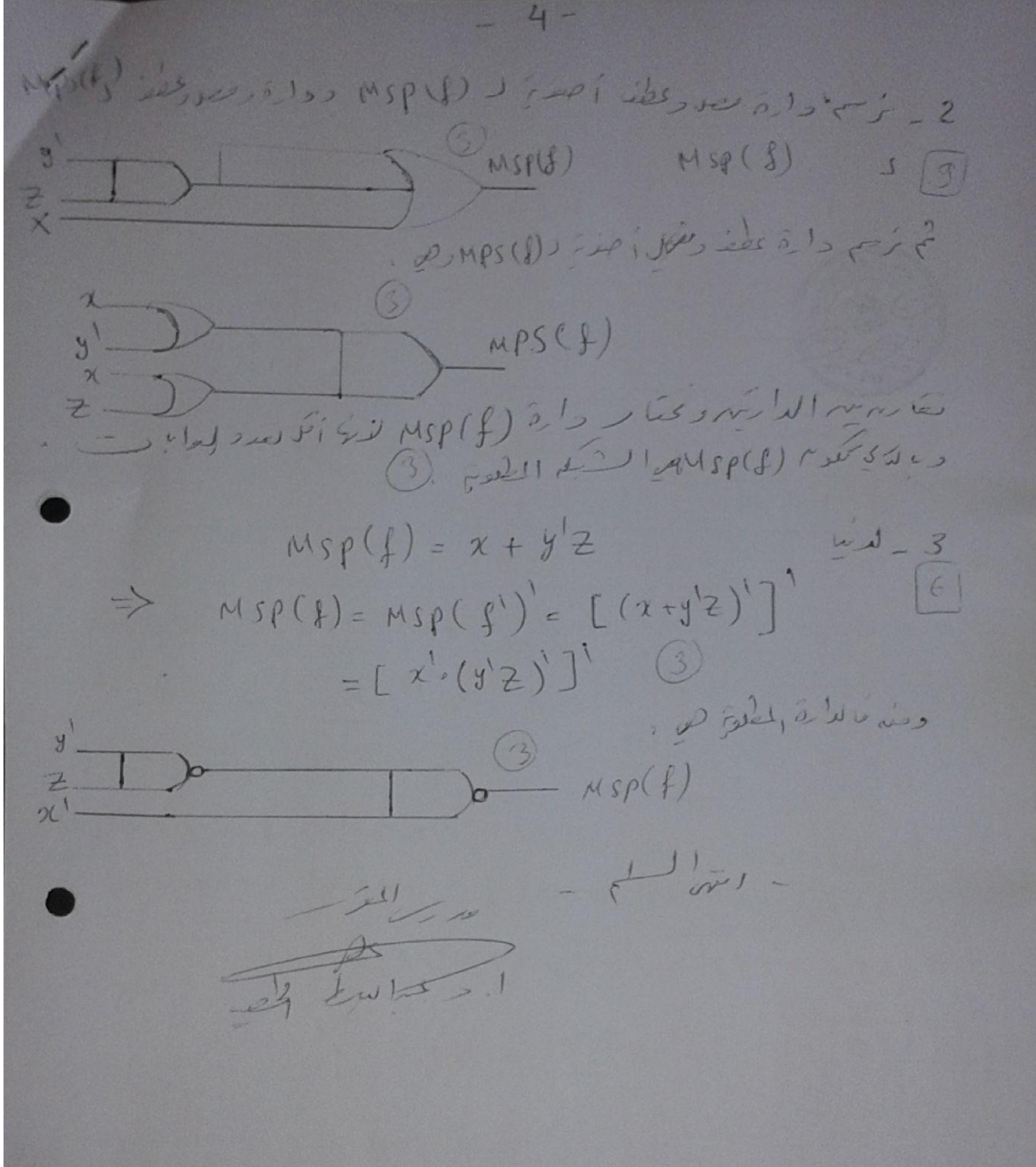
(8)

ومخطط كارنو:

	yz	yz'	y'z'	y'z
x				
x'	1	1	1	

$$\Rightarrow MSP(f') = x'y + x'z'$$

$$\Rightarrow MPS(f) = MSP(f')' = (x + y')(x + z)$$



2 _ نرسم دارة بعد وحذف أصغر لـ MSP(f) ودارة بعد وحذف لـ MPS(f)

9 ل MSP(f)

ثم نرسم دارة عطف ومفصل أصغر لـ MPS(f) وهي :

نقارن بين الدارتين ونختار دارة MSP(f) لأنها أقل عدد بوابات .
وبالتالي تكون MSP(f) هي الشكل المطلوب . (3)

3 _ لدينا   6

$$MSP(f) = x + y'z$$

$$\Rightarrow MSP(f) = MSP(f')' = [(x + y'z)']'$$

$$= [x' \cdot (y'z)']' \quad (3)$$

ومنه فالدارة المطلوبة هي :

- انتهى الحل -

مدرس المقرر

أ. د. كمال ...

سلم تصحيح مقرر المنطق الرياضي

سنة رابعة / تحليل رياضي + جبر / الدورة الإضافية للعام ٢٠١٣ - ٢٠١٤

س١) (25 درجة)

أ) [15] لدينا العلاقة الثنائية $\leq$ على المجموعة Q^+ معرفة كما يلي:

$\frac{s}{r} \in \mathbb{Z}^+ \Leftrightarrow r \leq s$ ولإثبات أن $\leq$ هي علاقة ترتيب جزئي لأن:

1) (2) $\leq$ انعكاسية لأن: $\forall r \in Q^+ \Rightarrow r/r = 1 \in \mathbb{Z}^+$

2) (4) وإذا كان $r \leq s$ و $s \leq t$ فإن (حسب تعريف العلاقة):

$\frac{s}{r}, \frac{t}{s} \in \mathbb{Z}^+$ ومنه: $\frac{t}{s} \cdot \frac{s}{r} = \frac{t}{r}$ وبالتالي $r \leq t$

وهذا يعني أن $\leq$ علاقة متعدية.

3) إذا كان $r \leq s$ و $s \leq r$ فإن: $\frac{s}{r}, \frac{r}{s} \in \mathbb{Z}^+$ وإذا كان $s \neq r$ فإنه إما أن يكون $\frac{s}{r} \notin \mathbb{Z}^+$ أو $\frac{r}{s} \notin \mathbb{Z}^+$ وهذا تناقض.

إذاً، يجب أن يكون $s = r$ وبالتالي $R(\leq)$ تخالفية.

ومن 1) و 2) و 3) نجد أن $\leq$ هي علاقة ترتيب جزئي.

ب) لدينا: $A = \{1/6, 1/3, 1/2, 1, 2, 3, 6\}$، عندها مخطط هاس للمجموعة المرتبة جزئياً $(A, \leq)$ هو: (5)

2) [10] إن مخطط هاس للشبكة $(D(42), \leq, \wedge, \vee)$ هو:

لدينا أولاً أن:

$D(42) = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$ (5)

(5)

وهذه الشبكة هي شبكة متممة لأن لكل عنصر من عناصرها متمم وحيد وهو: $m' = \frac{42}{m}$ أي:

$1' = 42,\ 2' = 21,\ 3' = 14,\ 6' = 7,$

$7' = 6,\ 14' = 3,\ 21' = 2,\ 42' = 1$

ويلاحظ أنه لكل عنصر متمم وحيد.

(25 درجة) 1- لتكن x, y, z ثلاثة عناصر في الشبكة $(L, \wedge, \vee, \leq)$ [13]

ولنفرض $x \leq z$ ولنضع أيضاً: $a = x\vee(y\wedge z)$, $b = (x\vee y)\wedge z$

نبدأ أولاً بإثبات أن $a \leq b$ ،

$$a = x\vee(y\wedge z) \leq (x\vee y)\wedge(x\vee z) = (x\vee y)\wedge z = b$$

كما أن:

$$a\wedge y = [x\vee(y\wedge z)]\wedge y \geq [x\vee(y\wedge z)]\wedge(y\wedge z) = y\wedge z$$

$$b\wedge y = [(x\vee y)\wedge z]\wedge y = y\wedge z$$ (حسب خاصية الامتصاص)

وبالتالي فإن $a\wedge y \geq b\wedge y$ ومن $a \leq b \Rightarrow a\wedge y \leq b\wedge y$

$$\Rightarrow a\wedge y = b\wedge y \quad \ldots (1)$$

وكذلك نجد أن

$$a\vee y = [x\vee(y\wedge z)]\vee y = x\vee y$$

$$b\vee y = [(x\vee y)\wedge z]\vee y \leq [(x\vee y)\wedge z]\vee(x\vee y) = x\vee y$$

وبالتالي فإن: $a\vee y \geq b\vee y$

ومن: $a \leq b \Rightarrow a\vee y \leq b\vee y$

$$\Rightarrow a\vee y = b\vee y \quad \ldots (2)$$

ومن (1) و(2) وحسب الفرض ينتج أن $a = b$ والشبكة معيارية.

2- ([12]) لنفترض أن f هومومورفيزم شبكي، عندها نريد أن نثبت أن f^{-1} هومومورفيزم ترتيبي للمجموعة $(N, \leq)$ في المجموعة $(M, \leq)$ ولكن:

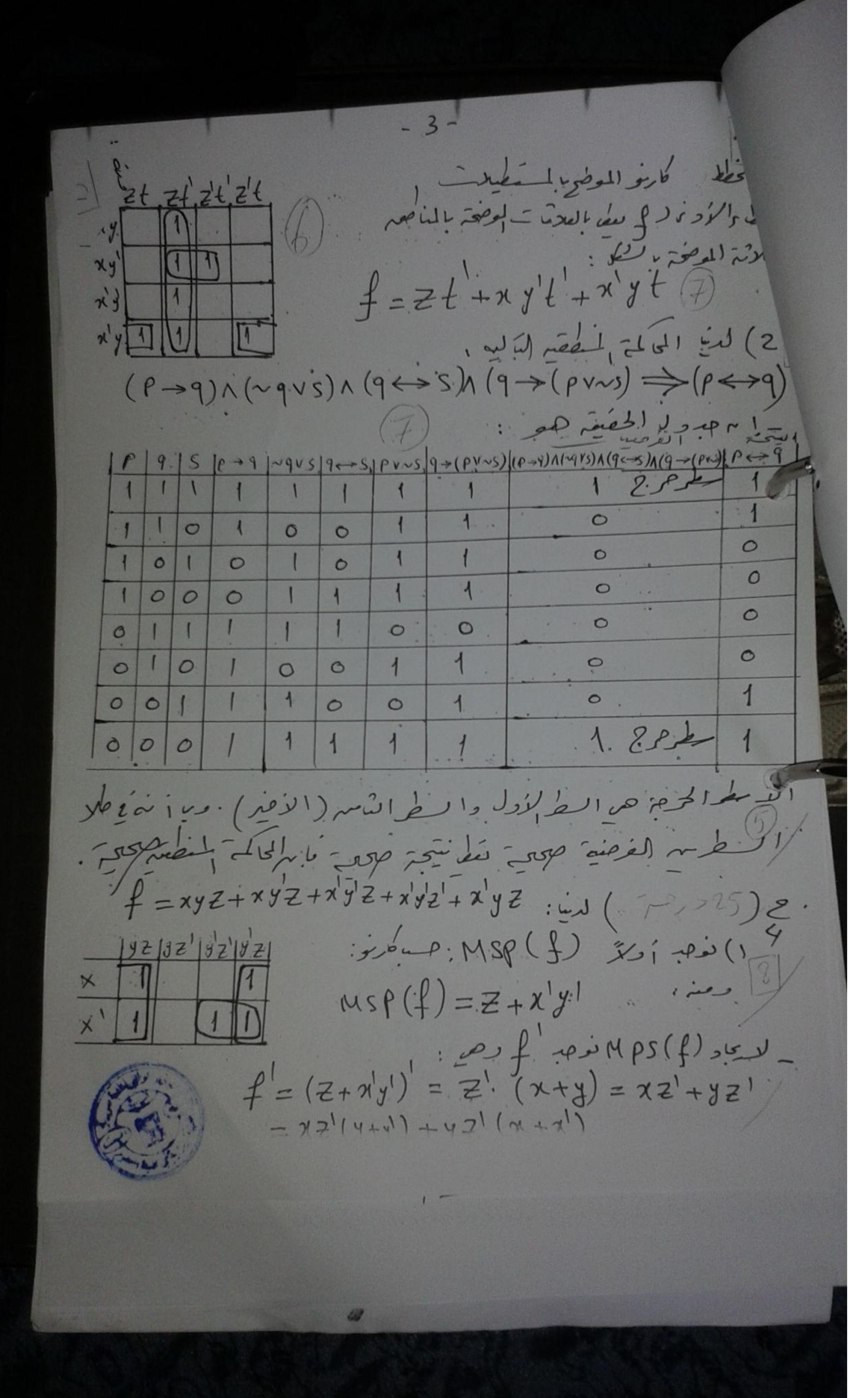
$n_1 \leq n_2$ ومنه يوجد $m_1, m_2 \in M$ بحيث أن: $m_1 = f^{-1}(n_1)$, $m_2 = f^{-1}(n_2)$ ،

عندها يكون: $f(m_1\vee m_2) = f(m_1)\vee f(m_2)$

ومنه: $= n_1\vee n_2 = n_2$ وبالتالي فإن: $m_1 \leq m_2$ ،

إذاً: $f^{-1}(n_1) \leq f^{-1}(n_2)$ وهذا يعني أن f^{-1} هومومورفيزم ترتيبي.

ج3 (25 درجة) 1: لدينا الدالة البولية:



مخطط كارنو الموضح بالمستطيلات

	zt	zt'	z't'	z't
xy		1		
xy'		1	1	
x'y'		1		
x'y	1	1		1

(6)

... والأذن ... f يعطى بالعلاقات الموضحة بالمناطق ... الموضحة بالشكل :

$$f = zt' + xy't' + x'yt$$ (7)

2) لدينا المحاكمة المنطقية التالية ،

$$(p \to q) \wedge (\sim q \vee s) \wedge (q \leftrightarrow s) \wedge (q \to (p \vee \sim s)) \Rightarrow (p \leftrightarrow q)$$

(7) النتيجة ... جدول الحقيقة هو :

p	q	s	p → q	~q ∨ s	q ↔ s	p ∨ ~s	q → (p ∨ ~s)	(p → q) ∧ (~q ∨ s) ∧ (q ↔ s) ∧ (q → (p ∨ ~s))	p ↔ q
1	1	1	1	1	1	1	1	1 سطر حرج	1
1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1 سطر حرج	1

الأسطر الحرجة هي السطر الأول والسطر الثامن (الأخير) . وبما أنه في كلا السطرين الفرضية صحيحة تعطي نتيجة صحيحة فإن المحاكمة المنطقية صحيحة .

(5)

ج 4) لدينا : $f = xyz + xy'z + x'y'z + x'y'z' + x'yz$

1) نوجد أولاً $MSP(f)$: حسب كارنو :

	yz	yz'	y'z'	y'z
x	1			1
x'	1		1	1

ومنه ،

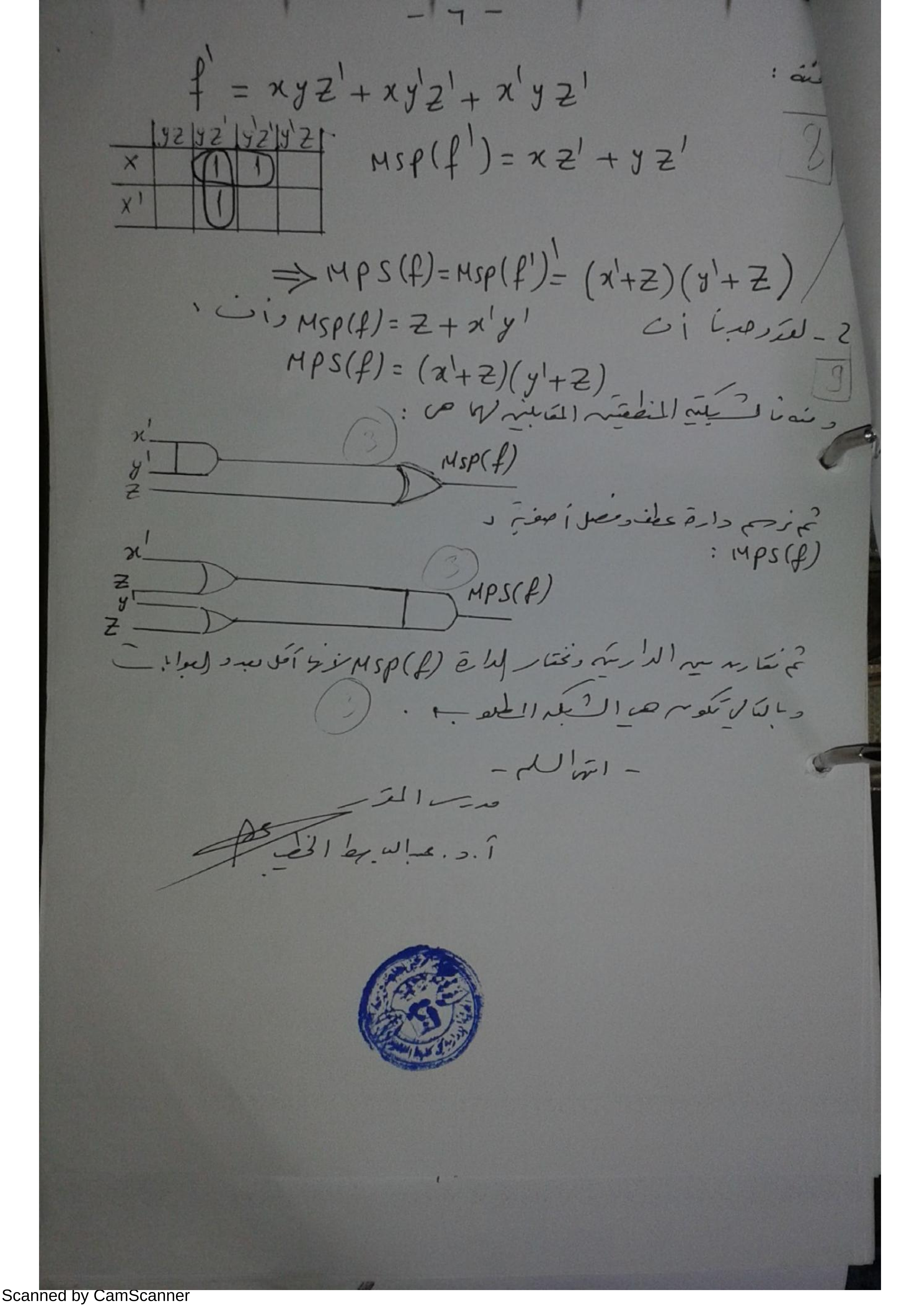
$$MSP(f) = z + x'y'$$

(8)

- لإيجاد $MPS(f)$ نوجد f' وهي :

$$f' = (z + x'y')' = z' \cdot (x + y) = xz' + yz'$$

$$= xz'(y + y') + yz'(x + x')$$



منه :

$$f' = xyz' + xy'z' + x'yz'$$

	yz	yz'	y'z'	y'z
x		1	1	
x'		1		

$$MSP(f') = xz' + yz'$$

9

$$\Rightarrow MPS(f) = MSP(f')' = (x'+z)(y'+z)$$

2 - لقد وجدنا أن $MSP(f) = z + x'y'$ وأن ،

$$MPS(f) = (x'+z)(y'+z)$$

9

ومنه فالشبكة المنطقية المقابلة لها هي :

ثم نرسم دارة عطف وفصل أصغرية لـ $MPS(f)$:

ثم نقارن بين الدارتين ونختار الدارة $MSP(f)$ نرى أقل بعدد البوابات

وبالتالي تكون هي الشبكة الحل ب . 3

- انتهى الحل -

مدرس المقرر

أ.د. عبد الباسط الخطيب

Scanned by CamScanner

17

قسم الرياضيات

سلم التصحيح لمقرر الرياضيات

السنة الرابعة (تحليل + جبر)

الفصل الأول للعام 2014 - 2015.

س1 (35 درجة): لكل سؤال 4 درجات والتاسع 3 درجات

1- خطأ وذلك لأن العدد 24 يكتب بالشكل $24=2^3\cdot 3$ أي أنه من بين قواسمه 2^3. إذاً $D(24)$ ليست شبكة توزيعية متممة.

2- خطأ. والتعليل لأنه إذا كانت $b\in R$ حيث $0\neq b\neq 1$ عندئذٍ $b\cdot b' = b\cdot(b+1)=0$ وهذا يعني أن R فيها قواسم للصفر.

3- خطأ لأنه إذا كان $x\le z$ فإن:

$$x\vee(y\wedge z)\le (x\vee y)\wedge\underbrace{(x\vee z)}_{z} = (x\vee y)\wedge z$$

4- خطأ. لأنه إذا كانت $y\wedge x=0$ فإن $y\le x'$ لأن:

$$y = y\wedge 1 = y\wedge(x\vee x') = \underbrace{(y\wedge x)}_{0}\vee(y\wedge x') = y\wedge x' \Rightarrow$$

$y\le x'$.

5- خطأ والصواب في شبكة توزيعية $(E,\le,\vee,\wedge,0,1)$، إذا كان a' متمم a فإن:

$a\vee(a'\wedge b) = (a\vee a')\wedge(a\wedge b) = a\wedge b$.

6- الشبكة الممثلة بمخطط هاس ليست شبكة توزيعية وذلك لأن:

$b\vee c = 1 = b\vee t$,

$b\wedge c = 0 = b\wedge t$

مع العلم أن $c\neq t$

7- خطأ. لأن مجموعة العناصر التي لها متممات في الشبكة $M=\{0,1,c,d,b,c\}$ و $\wedge t = a$ [illegible] a ليس له متمم في هذه الشبكة فهي ليست شبكة متممة.

8- خطأ والصواب: إذا كانت f ايزومورفيزم ترتيبي للمرتبة ...

9- صح.

س2: 1- تعريف الايزومورفيزم الترتيبي، مع مثال جزئي. (2) (2)

2- لنفرض أن f هو ايزومورفيزم ترتيبي للمرتبة $(M,\le)$ على المرتبة $(N,\le)$. (11)

$\frac{2}{15}$

أ) ليكن: $x \le x \vee y$ و $y \le x \vee y$ يكون

$$f(x) \le f(x \vee y) \ , \quad f(y) \le f(x \vee y)$$

وبالتالي يكون:

$$f(x) \vee f(y) \le f(x \vee y) \quad \dots (1)$$

ب) ليكن: $f(x) \le f(x) \vee f(y)$ و $f(y) \le f(x) \vee f(y)$ يكون:

$x \le f^{-1}[f(x) \vee f(y)]$ و $y \le f^{-1}[f(x) \vee f(y)]$ وبالتالي فإن $x \vee y \le f^{-1}[f(x) \vee f(y)]$ ومنه $f(x \vee y) \le f(x) \vee f(y) \dots (2)$ ومنه التراجحية

(1) و (2) تعني المساواة. ومن (1) و (2) تنتج المساواة.

ثم: (20 درجة) 1) لتكن الدالة البولانية:

$f =$

(10)

نلاحظ أن f على شكل مجموع جداءات قانوني وبالتالي يكون مخطط كارنوف

الشكل: مخطط كارنوف لها مع التبسيط ومنه:

	zt	z't	z't'	zt'
xy		1	1	1
xy'		1	1	1
x'y'				
x'y		1		1

5

$$f = xt' + xz' + yzt' + yz't$$

5

2) لنبرهن على صحة المنطقة التالية:

$$(\sim p \to (p \vee r)) \wedge (\sim q \to (\sim p \wedge s)) \wedge (s \to (q \vee r)) \Rightarrow q$$

(10)

عدد أسطر جدول الحقيقة لها هو: $2^4 = 16$:

(4) الجدول

(3) الأسطر

(3) السطر

p	q	r	s	p∨r ①	~p∧s ②	q∨r ③	~p→①	~q→②	s→③	q	
1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	سطر حرج
1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	سطر حرج
1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	سطر حرج
1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	سطر حرج
1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	
1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	
1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	سطر حرج
0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	سطر حرج
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	سطر حرج
0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	
0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	

(الفرضيات ——— التيجة)

الأسطر الحرجة هي : الأول والثاني والثالث والرابع والتاسع والعاشر والثالث عشر وبما أن في السطر 13 الفرضية صحيحة تعطي نتيجة خاطئة فإن الحجة غير صحيحة .

8/4 (30 درجة) السؤال الثالث:

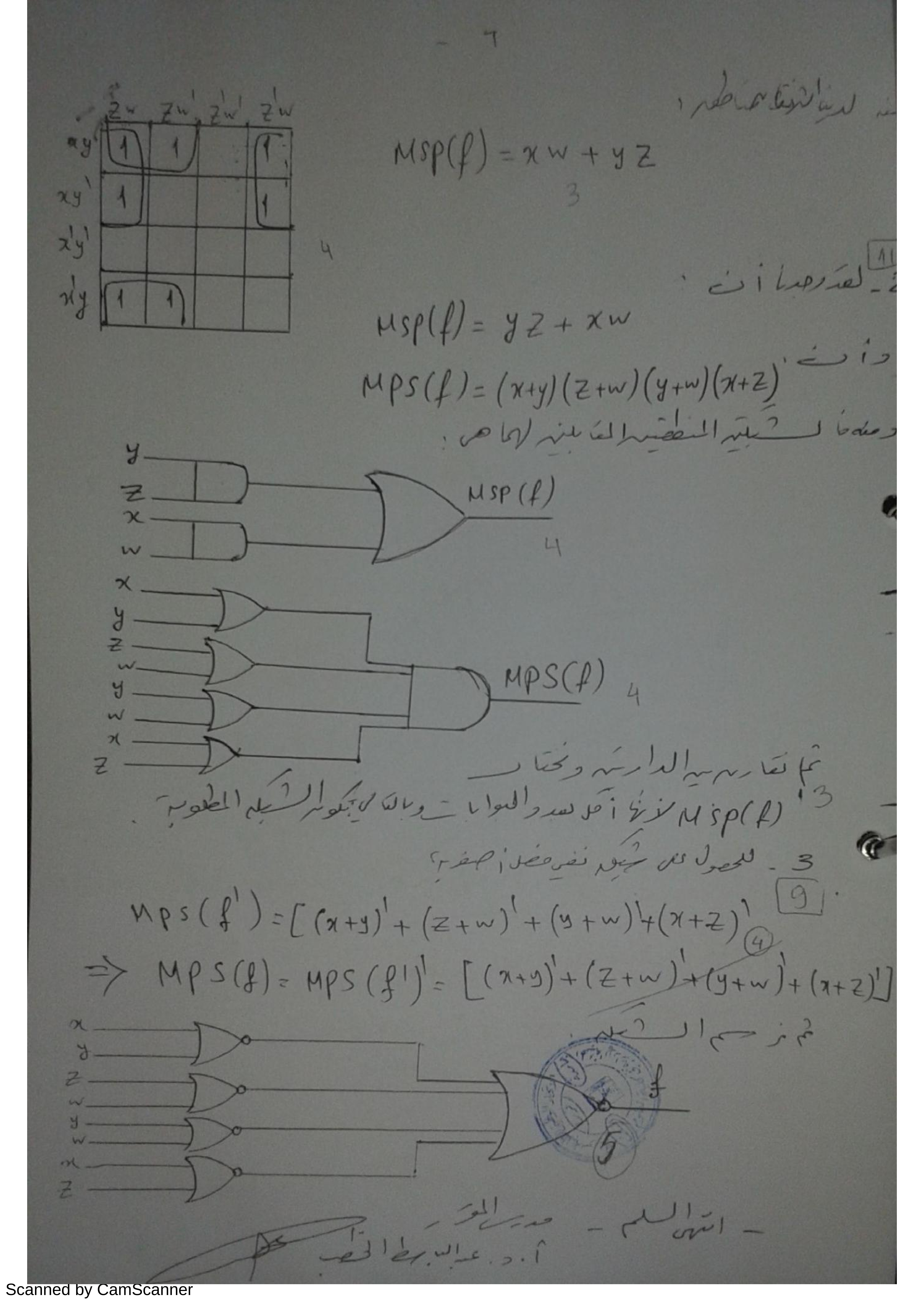
$f = xyz + x'yz + xyz'w + xy'zw + xy'z'w$

1) نوجد ([illegible]) 10

$xy'z'w$ + $xy'zw$ + $xyz'w$ + $x'yz(w+w')$ + $f = xyz(w+w')$

$= xyzw + xyzw' + x'yzw + x'yzw' + xyz'w + xy'zw + xy'z'w$ 3

وهي صيغة مستطارة .



... لدينا الشكل المختصر :

	zw	zw'	$z'w'$	$z'w$
xy	1	1		1
xy'	1			1
$x'y'$				
$x'y$	1	1		

$$Msp(f) = xw + yZ$$ 3

4

11

٢- لقد وجدنا أن :

$$Msp(f) = yZ + xw$$

وأن :

$$MPS(f) = (x+y)(Z+w)(y+w)(x+Z)$$

ورسمنا الشبكة المنطقية المقابلة لها هي :

ثم نقارن بين الدارتين ونختار $Msp(f)$ لأنها أقل عدد البوابات وبالتالي يكون الشكل المطلوب . 3

3 - للحصول على شبكة نفي فصل (صفر) : 9

$$Mps(f') = [(x+y)' + (Z+w)' + (y+w)' + (x+Z)']$$ 4

$$\Rightarrow MPS(f) = MPS(f')' = [(x+y)' + (Z+w)' + (y+w)' + (x+z)']'$$

ثم نرسم الشكل :

- انتهى الحل - مدرس المقرر

أ.د. عبد الباسط الخطيب

[illegible]

الأسئلة امتحان مقرر المنطق الرياضي

لطلاب المرحلة الرابعة (رياضيات) الفصل الثاني

2015- 2014

السؤال الأول: (25 درجة)

1- لتكن $\leq$ العلاقة المعرفة على Q^* كالتالي: $r \leq s \Leftrightarrow \frac{s}{r} \in Z^*$ عندها:

أ- اثبت أن $\leq$ علاقة ترتيب جزئي على Q^*.

ب- وإذا كانت $A = \left\{\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 6\right\}$، ارسم مخطط هاس للمجموعة المرتبة جزئياً $(A, \leq)$.

2- ارسم مخطط هاس للشبكة $(D(30), \leq, \vee, \wedge)$ ومن ثم بيّن فيما إذا كانت هذه الشبكة متممة أم لا؟

السؤال الثاني: (20 درجة)

1- عرّف الايزومورفيزم الترتيبي، جبر بول الجزئي.

2- لتكن $(S, \leq, \vee, \wedge)$ شبكة عناصرها تحقق الشرط التالي:

$x \wedge z = y \wedge z, x \vee z = y \vee z \Rightarrow x = y$، عندها اثبت أن $(S, \leq, \vee, \wedge)$ هي شبكة توزيعية.

السؤال الثالث: (25 درجة)

1- اختصر الدالة البولينية الآتية إلى أبسط صورة حسب مخططات كارنو:

$$f(x,y,z,w) = xyz + xw' + x'yz'w' + x'y'w' + xyz'w$$

2- بيّن باستخدام جدول صواب الرمزيات والنتيجة فيما إذا كانت المحاكمة المنطقية التالية صحيحة أم لا مع الإشارة إلى الأسطر الحرجة في هذا الجدول:

$p \to (q \vee r)$

$p \to \neg q$

$p \to \neg s$

$\therefore p \to \neg r$

السؤال الرابع (30 درجة)

لتكن لدينا الدالة البولينية:

$$f(x,y,z,w) = xy'z + xy'z' + xyzw + xyz'w'$$

والمطلوب: 1- اوجد $MSP(f)$ للدالة البولينية f.

2- صمم دارة تمثل وتحقق أصغرية المعرفة للدالة f، علماً أن:

$$MIS(f) = x(y' + z' + w)(y' + z + w')$$

3- صمم دارة تمثل أصغرية المعرفة للدالة f.